

Θέματα Γραπτών Εισαγωγικών Εξετάσεων

Μ α θ η μ α τ ι κ ά

Όνομ/μο:

Θέμα 1

(4 + 8 + 3 · 2 = 18 μονάδες)

- A. Τι ονομάζεται ταυτότητα;
- B. Να αποδείξετε ότι $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
- Γ. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:
1. $(\alpha - \beta)^3 =$
 2. $(\alpha + \beta)(\beta - \alpha) =$
 3. $x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta =$

Θέμα 2

(8 · 2 = 16 μονάδες)

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ),
βάζοντας το σωστό γράμμα στο αντίστοιχο κουτάκι:

1. Δύο τρίγωνα με τρεις πλευρές ίσες μία προς μία είναι ίσα. ☐
2. Δύο ισοσκελή τρίγωνα είναι όμοια. ☐
3. Αν δύο τρίγωνα έχουν και τις τρεις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα. ☐
4. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία τότε θα έχουν και τις τρίτες πλευρές ίσες. ☐
5. Αν σε ένα τρίγωνο κάθε πλευρά του είναι διπλάσια σε μήκος από τις αντίστοιχί της πλευρά ενός άλλου τριγώνου, τότε το εμβαδόν του πρώτου τριγώνου θα είναι τετραπλάσιο του εμβαδού του δεύτερου τριγώνου. ☐
6. $(\alpha + \beta)^2 = (-\alpha - \beta)^2$ ☐
7. $(\alpha - \beta)^2 = (\beta - \alpha)^2$ ☐
8. $(\alpha - \beta)^3 = (-\alpha + \beta)^3$ ☐

Θέμα 3

(7 + 4 + 6 = 17 μονάδες)

1. Για μια γωνία ω ισχύει ότι $\eta\mu\omega = \frac{\sqrt{3}}{2}$, όπου $90^\circ < \omega < 180^\circ$. Να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .
2. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της παράστασης $A = 5 + 3\sigma\upsilon\nu x$.
3. Να αποδείξετε ότι $2\eta\mu 107^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 120^\circ + \eta\mu 73^\circ = 0$.

Θέμα 4

(3 · 2 + 10 = 16 μονάδες)

Α. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

1. $x^2 - 4$
2. $x^2 - 4x + 4$
3. $x^2 - 2x$

Β. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{1}{x^2 - 4} + \frac{x}{x^2 - 4x + 4} = \frac{3x}{x^2 - 2x} - \frac{3x - 14}{(x^2 - 4)(x - 2)}$$

Θέμα 5

(3 · 5 = 15 μονάδες)

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = AG$. Στις προεκτάσεις των πλευρών ΒΑ και ΓΑ (προς το Α) θεωρούμε τα σημεία Ε και Δ αντίστοιχα τέτοια, ώστε $AD = AE$.

Να αποδείξετε ότι:

1. $BE = GD$
2. $BD = GE$
3. $\angle BGD = \angle GEB$

Θέμα 6

(18 μονάδες)

Μια τάξη έχει 34 μαθητές. Σήμερα, που είναι παρόντες στην τάξη τα $\frac{3}{4}$ των αγοριών και τα $\frac{2}{3}$ των κοριτσιών της τάξης, ο αριθμός των αγοριών είναι ίσος με τον αριθμό των κοριτσιών.

Να βρείτε πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια έχει συνολικά η τάξη.

Καλή Επιτυχία!